Informator maturalny, Zbiór zadań CKE, arkusz pokazowy marzec 2022r., matura próbna wrzesień i grudzień 2022r., maj 2023r., czerwiec 2023r., sierpień 2023r., matura próbna grudzień 2023r.

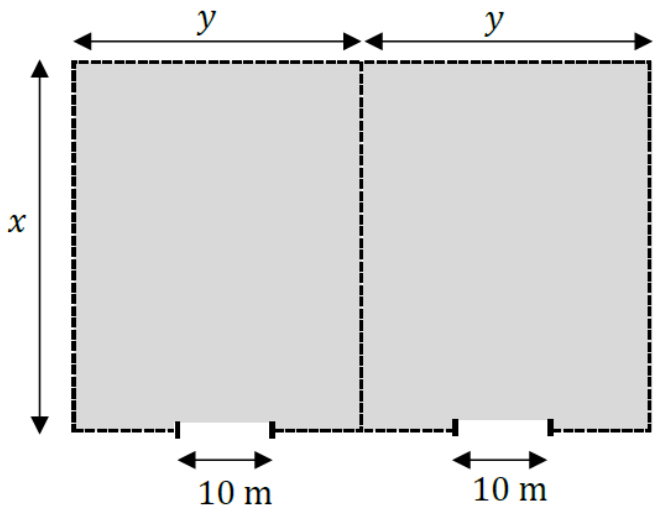
XIII. Optymalizacja.

1. zadania optymalizacyjne dające się opisać funkcją kwadratową

1. Informator maturalny z 2021r.

Zadanie 28. (0–4)

Powierzchnia magazynowa będzie się składała z dwóch identycznych prostokątnych działek połączonych wspólnym bokiem. Całość ma być ogrodzona płotem, przy czym obie działki będzie rozdzielał wspólny płot. W ogrodzeniu będą zamontowane dwie bramy wjazdowe, każda o szerokości 10 m (zobacz rysunek poniżej). Łączna długość płotu ogradzającego oraz rozdzielającego obie działki wyniesie 580 metrów, przy czym szerokości obu bram wjazdowych nie wliczają się w długość płotu.



Oblicz wymiary x i y każdej z dwóch prostokątnych działek, tak aby całkowite pole powierzchni magazynowej było największe.

2. Zbiór zadań z matematyki CKE z 7 października 2022r.

Zadanie 66. (0–3)

Firma handlowa ustaliła, że liczba sprzedanych przez nią egzemplarzy gry komputerowej w ciągu każdego tygodnia zależy od jej ceny. Liczbę sprzedanych egzemplarzy opisuje funkcja $f(x) = 2400 - 15x$, gdzie x oznacza cenę jednostkową gry.

Jaka powinna być cena jednostkowa, aby tygodniowy przychód P ze sprzedaży gry był największy? Oblicz ten największy przychód.

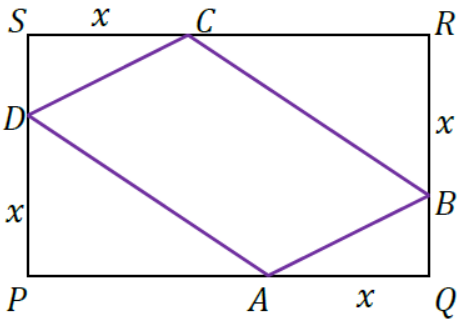
Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że przychód jest iloczynem liczby sprzedanych gier oraz ceny jednostkowej tej gry.

3. Zbiór zadań z matematyki CKE z 7 października 2022r.

Zadanie 67. (0–4)

Dany jest prostokąt $PQRS$ o bokach długości $|PQ| = |SR| = 10$ oraz $|PS| = |QR| = 6$. Na bokach PQ, QR, RS, SP obrano odpowiednio punkty A, B, C, D takie, że $|AQ| = |BR| = |CS| = |DP| = x$ oraz $x \geq 3$ (zobacz rysunek).

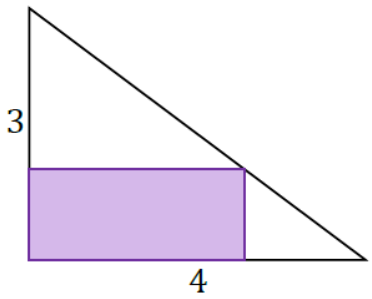


Wyznacz długość odcinka x, dla którego pole czworokąta $ABCD$ jest najmniejsze. Wyznacz to pole. Zapisz obliczenia.

4. Zbiór zadań z matematyki CKE z 7 października 2022r.

Zadanie 68. (0–4)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 i 4. Wpisano w niego prostokąt w taki sposób, że dwa z jego boków zawierają się w przyprostokątnych trójkąta, a jeden wierzchołek leży na przeciwprostokątnej (zobacz rysunek).



Jakie wymiary powinien mieć prostokąt, aby jego pole było największe? Oblicz to największe pole. Zapisz obliczenia.

5. Arkusz pokazowy marzec 2022r.

Zadanie 29. (0–4)

Rozważamy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 200 i kącie ostrym o mierze $30°$.

Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego równoległoboku od długości x boku równoległoboku.
Oblicz wymiary tego z rozważanych równoległoboków, który ma największe pole, i oblicz to największe pole.
Zapisz obliczenia.

6. Matura próbna wrzesień 2022r.

Zadanie 23. (0–4)

Rodzinna firma stolarska produkuje małe wiatraki ogrodowe. Na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków stwierdzono, że:

- przychód P (w złotych) z tygodniowej sprzedaży x wiatraków można opisać funkcją $P(x) = 251x$
- koszt K (w złotych) produkcji x wiatraków w ciągu jednego tygodnia można określić funkcją $K(x) = x^2 + 21x + 170$.

Tygodniowo w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 150 wiatraków.

Oblicz, ile tygodniowo wiatraków należy sprzedać, aby zysk zakładu w ciągu jednego tygodnia był największy. Oblicz ten największy zysk.

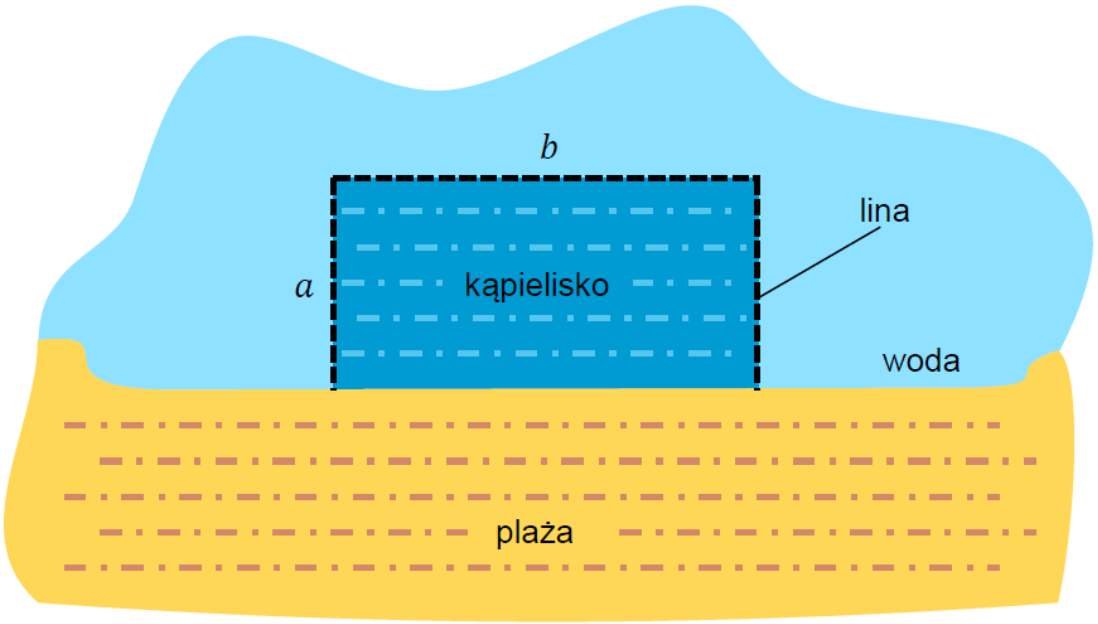
Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

7. Matura próbna grudzień 2022r.

Zadanie 20. (0–4)

Do wyznaczenia trzech boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 200 m. Czwarty bok tego kąpieliska będzie pokrywał się z brzegiem plaży, który w tym miejscu jest linią prostą (zobacz rysunek).



Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego powierzchnia była największa.

Zapisz obliczenia.

8. Matura maj 2023r.

Zadanie 31.

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 30 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę L obsługiwanych klientów n-tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 22n + 279$$

gdzie n jest liczbą naturalną spełniającą warunki $n \geq 1$ i $n \leq 30$.

Zadanie 31.2. (0–2)

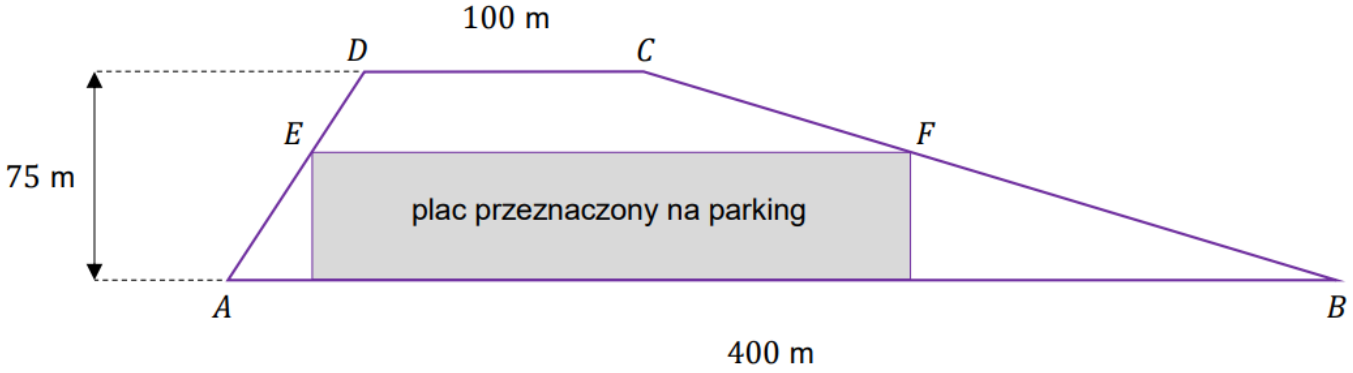
Którego dnia analizowanego okresu w aptece obsłużono największą liczbę klientów? Oblicz liczbę klientów obsłużonych tego dnia. Zapisz obliczenia.

9. Matura czerwiec 2023r.

Zadanie 33. (0–4)

Działka ma kształt trapezu. Podstawy AB i CD tego trapezu mają długości $|AB| = 400$ m oraz $|CD| = 100$ m. Wysokość trapezu jest równa 75 m, a jego kąty DAB i ABC są ostre.

Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie AB tego trapezu, a dwa pozostałe – E oraz F – na ramionach AD i BC trapezu (zobacz rysunek).



Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię.
Zapisz obliczenia.

Wskazówka:
Aby powiązać ze sobą wymiary prostokąta, skorzystaj z tego, że pole trapezu $ABCD$ jest sumą pól trapezów $ABFE$ oraz $EFCD$:

$$P_{ABCD} = P_{ABFE} + P_{EFCD}$$

10. Matura sierpień 2023r.

Zadanie 33. (0–4)

Zakład stolarski produkuje krzesła, które sprzedaje po 196 złotych za sztukę. Właściciel, na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków, stwierdził, że:

- przychód P (w złotych) ze sprzedaży x krzeseł można opisać funkcją $P(x) = 196x$
- koszt K (w złotych) produkcji x krzeseł dziennie można opisać funkcją

$$K(x) = 4x^2 + 4x + 240$$

Dziennie w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 30 krzeseł.

Oblicz, ile krzeseł powinien dziennie sprzedawać zakład, aby zysk ze sprzedaży krzeseł wyprodukowanych przez ten zakład w ciągu jednego dnia był możliwie największy. Oblicz ten największy zysk.

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

11. Matura próbna grudzień 2023r.

Zadanie 30. (0–4)

Zgodnie z założeniem architekta okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, który nie jest równoległobokiem. Dłuższa podstawa trapezu ma mieć długość 12 dm, a suma długości krótszej podstawy i wysokości tego trapezu ma być równa 18 dm.

Oblicz, jaką długość powinna mieć krótsza podstawa tego trapezu, tak aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole. Zapisz obliczenia.