

## Karta pracy - funkcja kwadratowa

1. Wyznacz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych oraz współrzędne jej wierzchołka. Naszkicuj tę parabolę jeśli  $y = x^2 - 2x - 3$ .
2. Wyznacz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych oraz współrzędne jej wierzchołka. Naszkicuj tę parabolę jeśli  $y = x^2 - 2x - 8$ .
3. Wyznacz zbiór wartości oraz przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = -3x^2 + 12x - 8$ .
4. Wyznacz zbiór wartości oraz przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = -2x^2 + 12x - 13$ .
5. Rozwiąż równanie:
  - (a)  $(x - 7)(x + 8) = x - 7$
  - (b)  $x^4 + 7x^2 - 144 = 0$
  - (c)  $(x - 8)(x + 7) = x - 8$
  - (d)  $x^4 - 21x^2 - 100 = 0$
  - (e)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
  - (f)  $2x^4 - 30x^2 - 32 = 0$
6. Rozwiąż nierówność:
  - (a)  $x^2 + 2x - 24 \geq 0$
  - (b)  $2x^2 + 16x + 30 < 0$
  - (c)  $(x - 3)^2 \leq -5$
  - (d)  $(2x - 3)^2 > 4$ .
  - (e)  $(3x - 2)^2 \leq 9$ .
7. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji  $f(x) = 3x^2 - 18x + 1$  w przedziale  $[-1; 4]$ .
8. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji  $f(x) = 4x^2 - 16x + 1$  w przedziale  $[-1; 3]$ .
9. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji  $f(x) = x^2 - 6x + 10$  w przedziale  $[-1, 5]$ .
10. Rozwiąż układ równań. 
$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ 2x = x^2 - y + 1 \end{cases}$$
11. Rozwiąż układ równań. 
$$\begin{cases} y = -3x - 1 \\ x^2 = -y - 4x + 1 \end{cases}$$
12. Rozwiąż układ równań. 
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \\ y = x - 3 \end{cases}$$
13. Trawnik ma kształt trójkąta prostokątnego o wymiarach:  $x - 2; x + 5; x + 6$ . Oblicz obwód tego trawnika.
14. Trawnik ma kształt trójkąta prostokątnego o wymiarach:  $x - 3; x + 4; x + 6$ . Oblicz obwód tego trawnika.
15. Mamy 36m siatki ogrodzeniowej. Chcemy nią ogrodzić prostokątny ogródek przylegający jednym z boków do ściany domu. Jakie powinny być wymiary ogródka, aby jego powierzchnia była jak największa?
16. Prostokątny trawnik ma powierzchnię  $165m^2$ . Oblicz wymiary tego trawnika, jeśli różnią się one o  $4m$ .
17. Rowiąż równanie, nierówność. Zapisz odpowiedź!
  - $-x^2 + 2x + 35 \leq 0$
  - $8x^2 + 6x + 1 < 0$
  - $-2x^2 + 9x + 5 \geq 0$

- $x^2 + x - 156 > 0$
- $x^2 + \sqrt{2}x - 4 \leq 0$
- $4x^2 + 12x + 9 = 0$
- $-9x^2 - 6x - 3 = 0$
- $(x - 2)^2 = 3(2x - 7)$
- $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{6}x - 6\sqrt{2} = 0$
- $x^2 - 10x + 16 \geq 0$
- $-6x^2 + 5x - 1 > 0$
- $2x^2 - 3x - 2 \leq 0$
- $-x^2 + x + 156 < 0$
- $x^2 + \sqrt{3}x - 6 > 0$
- $9x^2 + 12x + 4 = 0$
- $-4x^2 - 4x - 3 = 0$
- $(x - 3)^2 + 7 = 2x$
- $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{6}x - 4\sqrt{3} = 0$
- $-2x^2 + x + 10 \leq 0$
- $2x(4x + 3) + 1 < 0$
- $-2x^2 - 3x - 1 \geq 0$
- $x^2 + 2x - 10200 > 0$
- $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 \leq 0$
- $49x^2 - 56x + 16 = 0$
- $x^2 - 2\sqrt{3}x + 4 = 0$
- $2(x - 2)^2 = 3(4x - 14)$
- $\sqrt{3}x^2 + 6x = 0$
- $7x^2 - 42x = 0$
- $3x^2 - 15 = 0$
- $(2x + 6)(3x - 4) = 0$
- $4x^2 - 8x - 12 \geq 0$
- $-6x^2 - 18x + 60 > 0$
- $5x^2 + 50x = 0$
- $4x^2 - 12 = 0$
- $(3x - 6)(2x + 5) = 0$
- $5x^2 + 15x - 20 \leq 0$
- $-7x^2 - 35x + 42 < 0$
- $2x^2 - 4x > (x + 3)(x - 2)$
- $3x(x - 3) \leq 2(x + 2)$
- $-7(3x^2 + x) > (2x - 1)^2 + x(17x - 4) - 2$
- $-x^2 - 4x + 21 < 0$

18. Przedstaw funkcję kwadratową  $f(x) = 2x^2 - 2x - 24$  w postaci kanonicznej oraz iloczynowej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli. Podaj pierwiastki równania  $f(x) = 0$ .

19. Przedstaw funkcję kwadratową  $f(x) = -x^2 + 4x + 21$  w postaci kanonicznej oraz iloczynowej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli. Podaj pierwiastki równania  $f(x) = 0$ .

20. Przedstaw funkcję kwadratową  $f(x) = (x+2)^2 - 9$  w postaci ogólnej oraz iloczynowej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli. Podaj pierwiastki równania  $f(x) = 0$ .
21. Przedstaw funkcję kwadratową  $f(x) = -(x-3)^2 + 16$  w postaci ogólnej oraz iloczynowej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli. Podaj pierwiastki równania  $f(x) = 0$ .
22. Przedstaw funkcję kwadratową  $f(x) = 2(x+1)(x-2)$  w postaci ogólnej oraz kanonicznej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli. Podaj pierwiastki równania  $f(x) = 0$ .
23. Przedstaw funkcję kwadratową  $f(x) = -6(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{3})$  w postaci ogólnej oraz kanonicznej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli. Podaj pierwiastki równania  $f(x) = 0$ .
24. Przedstaw funkcję kwadratową  $f(x) = 3x^2 - 9x - 30$  w postaci kanonicznej oraz iloczynowej.
25. Trawnik w kształcie trójkąta prostokątnego ma powierzchnię  $54m^2$ . Oblicz obwód tego trawnika z dokładnością do  $1m$ , jeżeli przyprostokątne tego trójkąta różnią się o  $3m$ .
26. Trawnik w kształcie trójkąta prostokątnego ma powierzchnię  $82,5m^2$ . Oblicz obwód tego trawnika z dokładnością do  $1m$ , jeżeli przyprostokątne tego trójkąta różnią się o  $4m$ .
27. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji  $f(x) = x^2 - 4x + 10$  w przedziale  $\langle 1; 4 \rangle$ .
28. Dla jakiej wartości współczynnika  $a$  punkt  $P=(1;-4)$  należy do paraboli  $y = ax^2$ ?
29. Dla jakiej wartości współczynnika  $a$  punkt  $P=(-4;8)$  należy do paraboli  $y = ax^2$ ?
30. Dla jakiej wartości współczynnika  $a$  punkt  $P=(1;-4)$  należy do paraboli  $y = ax^2 + 2x - 3$ ?
31. Dla jakiej wartości współczynnika  $a$  punkt  $P=(-4;8)$  należy do paraboli  $y = ax^2 + 2x - 3$ ?
32. Podaj wzór funkcji  $g$  oraz jej przedziały monotoniczności i współrzędne wierzchołka, jeśli wykres funkcji  $g$  otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji  $y = x^2$ :
- o 2 jednostki w dół
  - o 1 jednostkę w górę
  - o 3 jednostki w lewo
  - o 4 jednostki w prawo
  - o 2 jednostki w lewo i 3 jednostki w górę
  - o 3 jednostki w prawo i 4 jednostki w dół
  - o 5 jednostek w lewo i 2 jednostki w dół
  - o 4 jednostki w prawo i 2 jednostki w górę
33. Niech  $x_1, x_2$  będą pierwiastkami równania  $3(x-3)(x+3) = 0$ . Oblicz wartość wyrażenia  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .
34. Niech  $x_1, x_2$  będą pierwiastkami równania  $4(x-5)(x+6) = 0$ . Oblicz wartość wyrażenia  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ .
35. Dla jakich argumentów funkcja  $f(x) = (x-2)(3-2x)$  przyjmuje wartości większe od  $(-6)$ .
36. Wyznacz wszystkie liczby całkowite spełniające nierówność  $10 - x^2 > 0$
37. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem  $f(x) = x^2 + x + c$ . Niech  $f(3) = 4$ . Wyznacz  $f(1) = ?$
38. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem  $f(x) = ax^2 + 3x + 4$ . Niech  $f(-2) = 18$ . Wyznacz  $f(1) = ?$
39. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem  $f(x) = x^2 + bx + 2$ . Niech  $f(2) = 4$ . Wyznacz  $f(1) = ?$
40. Wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = 2x^2 + bx + c$  jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt  $W=(4,5)$ . Wyznacz wartość współczynników  $b$  i  $c$ .
41. Wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = ax^2 + 24x + c$  jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt  $W=(-4,5)$ . Wyznacz wartość współczynników  $a$  i  $c$ .

42. Wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = ax^2 + bx + 91$  jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt  $W=(-4,-5)$ . Wyznacz wartość współczynników  $a$  i  $b$ .
43. Wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = 2x^2 + bx + c$  jest parabola, której pierwiastkami są liczby  $-3$  i  $2$ . Wyznacz wartość współczynników  $b$  i  $c$ .
44. Wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = ax^2 + 3x + c$  jest parabola, której pierwiastkami są liczby  $-3$  i  $2$ . Wyznacz wartość współczynników  $a$  i  $c$ .
45. Wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = ax^2 + bx - 24$  jest parabola, której pierwiastkami są liczby  $-3$  i  $2$ . Wyznacz wartość współczynników  $a$  i  $b$ .
46. Liczba  $-4$  jest jednym z dwóch miejsc zerowych funkcji  $f(x) = 2x^2 + 9x + 4$ . Wyznacz drugie miejsce zerowe funkcji.
47. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji w przedziale  $A = \langle -4, 7 \rangle$ ; jeśli:
- $f(x) = 2x^2 + 12x - 1$
  - $f(x) = -3x^2 + 6x$
  - $f(x) = x^2 - 14x - 3$
  - $f(x) = -2x^2 + 20x + 3$
  - $f(x) = x^2 - 16x + 5$
48. Liczby  $-7$  i  $3$  są pierwiastkami pewnej funkcji kwadratowej. Wyznacz wartość  $\frac{f(2)}{f(5)}$ .
49. Liczby  $7$  i  $-3\sqrt{2}$  są pierwiastkami pewnej funkcji kwadratowej. Wyznacz wartość  $\frac{f(2)}{f(5\sqrt{3})}$ .
50. Liczby  $-7$  i  $3$  są pierwiastkami pewnej funkcji kwadratowej. Wyznacz wartość  $\frac{f(-2)}{f(-5)}$ .