

Funkcja liniowa, funkcja kwadratowa, funkcja wymierna, funkcja wykładnicza.

Zagadnienia szczegółowe: obliczanie wartości funkcji; obliczanie argumentu, dla którego funkcja przyjmuje daną wartość; odczytywanie własności funkcji z wykresu; szkicowanie wykresu funkcji np. $y = f(x + 2) - 3$, $y = f(-x)$; szkicowanie wykresu funkcji; wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub wykresie; interpretacja współczynników występujących we wzorze funkcji; rozwiązywanie równań i nierówności.

1. Rozwiąż równania oraz podaj liczbę rozwiązań:

(a) $(x^3 - 27)(x - 9)(2x + 3) = 0$

(b) $(x^3 + 27)(x - 6)(3x + 1) = 0$

(c) $(x^3 + 8)(x^2 - 16)(2x^2 - 50)(5x - 2) = 0$

(d) $x(x^2 + 36)(2x^3 - 16) = 0$

(e) $(3x - 96)(4x + 196) = 0$

(f) $-x^2 - 4x + 21 = 0$

(g) $\frac{x(2x+2)}{2x-2} = 5x - 4$ dla $x \neq 0$

(h) $(2x - 1)(2x - 4) = (2 - 4x)(x + 2)$

(i) $\frac{2-x}{3} - \frac{2x-1}{2} = x$

(j) $\frac{5x+15}{x-3} = 0$ dla $x \neq 3$

(k) $\frac{x-1}{x+1} = x - 1$ dla $x \neq 0$

(l) $9x^2(x + 2) - 4(x + 2) = 0$

(m) $5x(x^2 + 1) - 7(x^2 + 1) = 0$

(n) $-x(2x^2 - 18) + 5(2x^2 - 18) = 0$

2. Wyznacz sumę wszystkich pierwiastków równania:

(a) $(x + 3)(x + 7)(x - 11) = 0$

(b) $(x - 3)(x^2 + 9)(x - 11) = 0$

(c) $(3x + 3)(2x + 7)(x^2 - 12) = 0$

(d) $x(2x + 3)(3x + 7)(4x - 11) = 0$

3. Niech $\frac{m}{6-\sqrt{6}} = \frac{6+\sqrt{6}}{5}$. Wyznacz m .

4. Niech $\frac{m}{7+\sqrt{7}} = \frac{7+\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}}$. Wyznacz m .

5. Uzasadnij, że żadna liczba całkowita nie jest rozwiązaniem równania $\frac{2x+4}{x-2} = 2x + 1$.

6. Niech x_1, x_2 będą pierwiastkami równania $3(x - 3)(x + 3) = 0$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

7. Niech x_1, x_2 będą pierwiastkami równania $4(x - 5)(x + 6) = 0$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.

8. Rozwiąż nierówność

(a) $2x^2 - 4x > (x + 3)(x - 2)$

(b) $3x(x - 3) \leq 2(x + 2)$

(c) $-7(3x^2 + x) > (2x - 1)^2 + x(17x - 4) - 2$

(d) $-x^2 - 4x + 21 < 0$

9. Dla jakich argumentów funkcja $f(x) = (x - 2)(3 - 2x)$ przyjmuje wartości większe od (-6) .

10. Wyznacz wszystkie liczby całkowite spełniające nierówność $10 - x^2 > 0$

11. Ile liczb całkowitych x spełnia nierówność: $\frac{3}{7} < \frac{x}{14} < \frac{4}{3}$?

12. Ile liczb całkowitych k spełnia nierówność: $-\frac{7}{3} < \frac{k}{12} < \frac{11}{8}$?

13. Ile liczb naturalnych n spełnia nierówność: $-\frac{8}{7} < \frac{n}{21} < \frac{4}{3}$?

14. Niech dana będzie funkcja $y = -3x + 1$. Wyznacz: miejsce zerowe funkcji; punkty przecięcia się wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych; monotoniczność funkcji; zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie oraz ujemne.

15. Niech dana będzie funkcja $y = -2x + 3$. Wyznacz: miejsce zerowe funkcji; punkty przecięcia się wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych; monotoniczność funkcji; zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie oraz ujemne.

16. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f (rysunek na zajęciach). Wyznacz dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, wartość największą i najmniejszą, wartości dodatnie i ujemne
17. Podaj przykład układu dwóch równań liniowych, który opisuje w układzie współrzędnych:
- zbiór pusty
 - dokładnie jeden punkt
 - zbiór nieskończony
 - dokładnie jeden punkt o współrzędnych $(2,5)$
 - dokładnie dwa punkty (o ile istnieje?)
18. Na wykresie funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = (m - 1)x + 3$ leży punkt $S = (5, -2)$. Wyznacz m .
19. Na wykresie funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = (m^2 - 5)x + 3$ leży punkt $S = (5, -2)$. Wyznacz m .
20. Zapisz równanie prostej $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3}$ w postaci ogólnej oraz kierunkowej.
21. Zapisz równanie prostej $\frac{3-2y}{2} = \frac{3x-1}{4}$ w postaci ogólnej oraz kierunkowej.
22. Wyznacz wartość parametru m , dla którego funkcja $f(x) = (2m - 4)x + 2$ jest malejąca.
23. Wyznacz wartość parametru m , dla którego funkcja $f(x) = (3m - 4)x + 2$ jest rosnąca.
24. Wyznacz wartość parametru m , dla którego funkcja $f(x) = (2m - 5)x + 2$ jest stała.
25. Wyznacz wartość parametru m , dla którego funkcja $f(x) = (2m^2 - 18)x + 2$ jest malejąca.
26. Wyznacz wartość parametru m , dla którego funkcja $f(x) = 4m^2x - 5x + 2$ jest stała.
27. Wyznacz wartość parametru m , dla którego funkcja $f(x) = (-m^2 + m + 6)x + 2$ jest rosnąca, malejąca, stała.
28. O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(1) = 2$. Do jej wykresu należy punkt $P = (-2; 3)$. Wyznacz wzór tej funkcji.
29. O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(3) = -6$. Do jej wykresu należy punkt $P = (-3; -8)$. Wyznacz wzór tej funkcji.
30. O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(-5) = 5$. Do jej wykresu należy punkt $P = (5; -5)$. Wyznacz wzór tej funkcji.
31. Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = 2x + b$ ma takie samo miejsce zerowe, jakie ma funkcja liniowa $g(x) = -3x + 4$. Wyznacz b .
32. Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax - 2\frac{2}{3}$ ma takie samo miejsce zerowe, jakie ma funkcja liniowa $g(x) = -3x + 4$. Wyznacz a .
33. Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = -2x + b$ ma takie samo miejsce zerowe, jakie ma funkcja liniowa $g(x) = -3x + 9$. Wyznacz b .
34. Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ w przedziale $\langle 0; 9 \rangle$.
35. Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}$ w przedziale $\langle -12; 4 \rangle$.
36. Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ w przedziale $\langle -1; 2 \rangle$.
37. Niech $f(x) = 3x - 5$. Podaj miejsce zerowe funkcji $g(x) = f(x - 3)$.
38. Niech $f(x) = -3x + 5$. Podaj miejsce zerowe funkcji $g(x) = f(x + 4)$.
39. Niech $f(x) = 3x - 5$. Podaj miejsce zerowe funkcji $g(x) = f(x - 3) + 6$.
40. Niech $f(x) = 4x - 2$. Podaj miejsce zerowe funkcji $g(x) = f(x + 2) - 3$.
41. Proste o równaniach $y = 2mx - m^2 - 1$ oraz $y = 4m^2x + m^2 + 1$ są prostopadłe. Wyznacz m .
42. Proste o równaniach $y = mx + 3$ oraz $y = (4m - 4)x + m^2 + 1$ są równoległe. Wyznacz m .
43. Proste o równaniach $y = -mx + 3$ oraz $y = 3mx - 5x - 3$ są równoległe. Wyznacz m .
44. Proste o równaniach $y = (m^2 + m)x + 3$ oraz $y = (2m + 12)x - 3$ są równoległe. Wyznacz m .
45. Proste o równaniach $y = (m + 1)x + 3$ oraz $y = \frac{m}{30}x - 3$ są prostopadłe. Wyznacz m .
46. Do równania $2x - 3y = 5$ dopisz drugie tak, aby otrzymać układ równań: sprzeczny; nieoznaczony; oznaczony.
47. Do równania $-7x = 8y - 5$ dopisz drugie tak, aby otrzymać układ równań: sprzeczny; nieoznaczony; oznaczony.
48. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = -\frac{2}{3}x - 7$ przyjmuje wartość 9.
49. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = 4^{x-1} + 3$ przyjmuje wartość 7.
50. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = 2^{x+3} - 5$ przyjmuje wartość 11.

51. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ przyjmuje wartość 3.
52. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = -3x^2 - 4x + 7$ przyjmuje wartość 3.
53. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = \frac{3x-4}{5-7x}$ przyjmuje wartość 9.
54. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = \frac{3-x^2}{x-2}$ przyjmuje wartość -6.
55. Niech $f_1(x) = 2x$; $f_2(x) = -\frac{1}{3}x$; $f_3(x) = 3x^2$; $f_4(x) = -5x^2 + 2$; $f_5(x) = \frac{1}{x}$; $f_6(x) = -\frac{3}{x}$; $f_7(x) = 2^x$; $f_8(x) = -3^x$. Podaj wzór funkcji $g(x)$, który powstaje poprzez przesunięcie/przekształcenie wykresu funkcji $f(x)$:
- o dwie jednostki w górę
 - o trzy jednostki w dół
 - o cztery jednostki w prawo
 - o pięć jednostek w lewo
 - o trzy jednostki w górę i cztery jednostki w lewo
 - o dwie jednostki w dół i pięć jednostek w prawo
 - symetrycznie względem osi OX
 - symetrycznie względem osi OY
 - symetrycznie względem punktu $(0,0)$
56. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 + x + c$. Niech $f(3) = 4$. Wyznacz $f(1) = ?$
57. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = ax^2 + 3x + 4$. Niech $f(-2) = 18$. Wyznacz $f(1) = ?$
58. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 + bx + 2$. Niech $f(2) = 4$. Wyznacz $f(1) = ?$
59. Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 + bx + c$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W=(4,5)$. Wyznacz wartość współczynników b i c .
60. Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + 24x + c$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W=(-4,5)$. Wyznacz wartość współczynników a i c .
61. Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + 91$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W=(-4,-5)$. Wyznacz wartość współczynników a i b .
62. Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 + bx + c$ jest parabola, której pierwiastkami są liczby -3 i 2. Wyznacz wartość współczynników b i c .
63. Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + 3x + c$ jest parabola, której pierwiastkami są liczby -3 i 2. Wyznacz wartość współczynników a i c .
64. Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx - 24$ jest parabola, której pierwiastkami są liczby -3 i 2. Wyznacz wartość współczynników a i b .
65. Liczba -4 jest jednym z dwóch miejsc zerowych funkcji $f(x) = 2x^2 + 9x + 4$. Wyznacz drugie miejsce zerowe funkcji.
66. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji w przedziale $A = \langle -4, 7 \rangle$; jeśli:
- $f(x) = 2x^2 + 12x - 1$
 - $f(x) = -3x^2 + 6x$
 - $f(x) = x^2 - 14x - 3$
 - $f(x) = -2x^2 + 20x + 3$
 - $f(x) = x^2 - 16x + 5$
67. Funkcja f , określona dla wszystkich liczb całkowitych dodatnich, przyporządkowuje liczbie x ostatnią cyfrę jej kwadratu. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.
68. Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej resztę z dzielenia tej liczby przez 6. Wyznacz wartość $\frac{f(3)}{f(10)}$.
69. Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej resztę z dzielenia tej liczby przez 7. Wyznacz wartość $\frac{f(13)}{f(22)}$.
70. Liczby -7 i 3 są pierwiastkami pewnej funkcji kwadratowej. Wyznacz wartość $\frac{f(2)}{f(5)}$.