

1. Oblicz:

(a)  $9^{\frac{3}{2}} =$

(b)  $0,0016^{-\frac{3}{4}} =$

(c)  $(5^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1} =$

(d)  $2^{3\sqrt{5}} \cdot 8^{-\sqrt{5}} =$

(e)  $125^{\frac{2}{3}} =$

(f)  $0,0625^{-\frac{5}{4}} =$

(g)  $(2^{\sqrt{7}-\sqrt{2}})^{\sqrt{7}+\sqrt{2}} =$

(h)  $4^{\sqrt{3}} : 2^{2\sqrt{3}} =$

(i)  $\log_{0,5} \frac{1}{128} =$

(j)  $\log_2 8 + \log_2 16 =$

(k)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} - \log_2 \sqrt{2} =$

(l)  $\log_5 15 - \log_5 75 =$

(m)  $\log_{0,25} 16 =$

(n)  $\log_3 9 + \log_3 81 =$

(o)  $\log_3 \sqrt{3} - \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{3} =$

(p)  $\log_3 54 - \log_3 2 =$

(q)  $\log_3 27 - \log_3 1 =$

(r)  $\log 100 - \log_2 8 =$

(s)  $(\frac{2^{-2} \cdot 3^{-1}}{2^{-1} \cdot 3^{-2}})^0 =$

(t)  $\log_8 16 + 1 =$

2. Do wykresy funkcji wykładniczej  $y = a^x$  należy punkt  $M = (2, \frac{1}{9})$ . Podaj wzór tej funkcji.

3. Do wykresy funkcji wykładniczej  $y = a^x$  należy punkt  $M = (-3, 8)$ . Podaj wzór tej funkcji.

4. Naskicuj w tym samym układzie współrzędnych wykresy funkcji  $f(x) = 3^x$  i  $g(x) = (\frac{1}{3})^x$ . Odczytaj z rysunku rozwiązanie równania  $f(x) = g(x)$ .

5. Naskicuj w tym samym układzie współrzędnych wykresy funkcji  $f(x) = 4^x$  i  $g(x) = (\frac{1}{2})^x$ . Odczytaj z rysunku rozwiązanie równania  $f(x) = g(x)$ .

6. Naskicuj wykres funkcji  $f(x) = 2^{x-1} + 2$ . Podaj równanie asymptoty poziomej, zbiór wartości i miejsce zerowe funkcji  $f$ .

7. Naskicuj wykres funkcji  $f(x) = 3^{x+2} - 1$ . Podaj równanie asymptoty poziomej, zbiór wartości i miejsce zerowe funkcji  $f$ .

8. Skorzystaj z tego, że  $\log 4 \approx 0,6$  oraz  $\log 5 \approx 0,7$  oblicz przybliżoną wartość logarytmu.

(a)  $\log 25 =$

(b)  $\log 0,64 =$

(c)  $\log 64 =$

(d)  $\log 2,5 =$

9. Przedstaw liczbę w postaci  $a^x$ .

(a)  $2^{\sqrt{2}+3} : 8 =$

(b)  $9^{\frac{\sqrt{5}}{2}} \cdot 27^{\frac{\sqrt{5}}{3}} =$

(c)  $2^{\sqrt{7}-6} \cdot 4^3 =$

(d)  $27 \cdot (3^{\sqrt{3}})^2 =$

(e)  $9^{-5} \cdot 3^8 =$

(f)  $\frac{a^{-2,6}}{a^{1,3}} =$

(g)  $\frac{a^{-4} \cdot a^7}{a^{-3}} =$

10. Dane są liczby  $a = -\frac{1}{27}$ ,  $b = \log_{\frac{1}{4}} 64$ ,  $c = \log_{\frac{1}{3}} 27$ . Oblicz iloczyn  $abc$ .

11. Który punkt:  $A=(1;-2)$ ,  $B=(2;-1)$ ,  $C=(1;\frac{1}{2})$ ,  $D=(4;4)$  należy do funkcji, określonej wzorem  $y = -2^{x-2}$  dla wszystkich liczb rzeczywistych.

12. Skala Richtera służy do określania siły trzęsień ziemi. Siła ta określana jest wzorem  $R = \log \frac{A}{A_0}$ , gdzie  $A$  oznacza amplitudę trzęsienia wyrażoną w centymetrach,  $A_0 = 10^{-4} \text{cm}$  jest stałą, nazywaną amplitudą wzorcową. 5 maja 2014 roku w Tajlandii miało miejsce trzęsienie ziemi o sile 6,2 w skali Richtera. Oblicz amplitudę trzęsienia ziemi w Tajlandii i rozstrzygnij, czy jest ona większa, czy mniejsza od 100cm.

13. Dane są dwie funkcje określone dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x$  wzorami  $f(x) = -5x + 1$  oraz  $g(x) = 5^x$ . Wyznacz liczbę punktów wspólnych wykresów tych funkcji.

14. Wskaż liczbę, która spełnia równanie  $4^x = 9$ .

A.  $\log 9 - \log 4$

B.  $\frac{\log 2}{\log 3}$

C.  $2\log_9 2$

D.  $2\log_4 3$

15. Czas połowicznego rozpadu pierwiastka to okres, jaki jest potrzebny, by ze 100% pierwiastka pozostało 50% tego pierwiastka. Oznacza to, że ilość pierwiastka pozostała z każdego grama pierwiastka po  $x$  okresach rozpadu połowicznego wyraża się wzorem  $y = (\frac{1}{2})^x$ . W przypadku izotopu jodu  $^{131}\text{I}$  czas połowicznego rozpadu jest równy 8 dni. Wyznacz najmniejszą liczbę dni, po upływie których pozostanie z 1g  $^{131}\text{I}$  nie więcej niż 0,125g tego pierwiastka.

16. Niech  $f(x) = 3^{x+7}$  i  $g(x) = (\frac{1}{9})^{x-1}$ . Wyznacz rozwiązanie równania  $f(x) = g(x)$ .

17. Niech  $f(x) = 4^{x-1}$  i  $g(x) = (\frac{1}{2})^{x+5}$ . Wyznacz rozwiązanie równania  $f(x) = g(x)$ .

18. Oblicz wartość wyrażenia  $-3^{-x+7}$  dla argumentu 5.

19. Dla jakiego argumentu wyrażenie  $-5^{-x-4}$  przyjmuje wartość równą  $-625$ .